

Exercice 1

(sur 4,5 points)

1) 10 n'est pas un diviseur de 88 donc l'ouvrier ne peut pas faire des carrés de 10 cm sans avoir de perte.

2) $110 = 10 \times 11$ et $88 = 8 \times 11$

Donc 11 est un diviseur commun de 110 et 88 ;

donc l'ouvrier peut découper des carrés de 11 cm sans avoir de perte.

3) a) Pour qu'il n'y ait pas de perte, la longueur du côté du carré doit être un diviseur commun de 110 et 88.

De plus comme on veut des carrés les plus grands possibles, la longueur du côté du carré doit être le PGCD de 88 et 110.

$$110 = 88 \times 1 + 22$$

$$88 = 22 \times 4 + 0$$

Donc, d'après l'algorithme d'Euclide, $\text{PGCD}(110 ; 88) = 22$

Donc il devra découper des carrés de 22 cm de côté.

b) $110 \div 22 = 5$

$88 \div 22 = 4$

$4 \times 5 = 20$

Donc il y aura 20 carrés par plaque.

Exercice 2

(sur 5 points)

1) Figure en vraie grandeur.

2) (AC) et (EB) sont perpendiculaires à la droite (AB).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

Donc (AC) et (BE) sont parallèles.

De plus (AE) et (CB) sont sécantes en D.

Donc d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{DA}{DE} = \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{BE}$ d'où $\frac{1,5}{2,5} = \frac{2,4}{BE}$

$$\text{donc } BE = \frac{2,4 \times 2,5}{1,5} \quad \text{donc } \underline{BE = 4 \text{ cm.}}$$

$$A_{\text{ABE}} = \frac{AB \times BE}{2} \quad \text{donc } A_{\text{ABE}} = \frac{3,2 \times 4}{2} \quad \underline{A_{\text{ABE}} = 6,4 \text{ cm}^2}$$

Exercice 3

(sur 3 points)

$$1) \text{ Calcul n}^\circ 1 : \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$2) \text{ Calcul n}^\circ 2 : \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$3) \text{ Calcul n}^\circ 3 : 8 \times 10^{15} + 2 \times 10^{15} = (8 + 2) \times 10^{15} = 10 \times 10^{15} = 1 \times 10^{15+1} = 1 \times 10^{16}$$

Exercice 4

(sur 3 points)

1) Réponse C : 753

2) Réponse A : 35

3) Réponse B : 74

Exercice 5

(sur 4 points)

1) $\frac{80}{45} = \frac{5 \times 16}{5 \times 9} = \frac{16}{9}$ Donc il s'agit d'un écran au format $\frac{16}{9}$.

2) Notons d la longueur de la diagonale de cet écran. Cet écran est un rectangle donc une de ses diagonales le partage en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 30,5 cm et 22,9 cm.

Donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $d^2 = 30,5^2 + 22,9^2$ d'où $d^2 = 1454,66$

or d est une longueur donc c'est un nombre positif

donc $d = \sqrt{1454,66}$ donc $d \simeq 38,14 \text{ cm}$

or 1 pouce mesure 2,54 cm

donc $d \simeq 38,14 \div 2,54 \text{ pouces}$

donc $d \simeq 15 \text{ pouces}$

Donc la mention « 15 pouces » est bien adaptée à cet écran.

3) On note L la longueur de l'écran et l sa largeur.

On sait que $\frac{L}{l} = \frac{4}{3}$ donc $\frac{14,3}{l} = \frac{4}{3}$ donc $l = \frac{3 \times 14,3}{4}$

$l \simeq 10,7 \text{ cm arrondi au mm}$

La largeur, arrondie au mm près, de cette tablette est 10,7 cm.

Autre raisonnement possible :

7 pouces = 7 x 2,54 cm = 17,78 cm

D'après le théorème de Pythagore, on a : $L^2 + l^2 = 17,78^2$

$l^2 = 316,1284 - 14,3^2$ donc $l^2 = 316,1284 - 204,49$ donc $l^2 = 111,6384$

or, l est une longueur donc c'est un nombre positif

donc $l = \sqrt{111,6384}$

donc $l \simeq 10,6 \text{ cm arrondi au mm}$

Exercice 6

(sur 6 points)

1) Dans le triangle PHL rectangle en P : $\tan \widehat{PHL} = \frac{PL}{HP}$ donc $\tan \widehat{40} = \frac{PL}{4}$

donc $PL = 4 \tan 40$

donc $PL \approx 3,4 \text{ m arrondi au dm}$

2) Dans le triangle FMC rectangle en C : $\tan \widehat{MFC} = \frac{MC}{FC}$ donc $\tan 33 = \frac{MC}{5}$

donc $MC = 5 \tan 33$

donc $MC \approx 3,2 \text{ m arrondi au dm}$.

Or, $ML = (MC + PL) - PC$ donc $ML \approx (3,2 + 3,4) - 5,5$

donc $ML \approx 1,1 \text{ m arrondi au dm}$

3) On a alors $MC = PC - PL$ donc $MC \approx 5,5 - 3,4$

donc $MC \approx 2,1 \text{ m arrondi au dm}$.

Dans le triangle MFC rectangle en C : $\tan \widehat{MFC} = \frac{MC}{FC}$

donc $\tan \widehat{MFC} \approx \frac{2,1}{5}$

donc $\widehat{MFC} \approx 23^\circ \text{ arrondi au degré}$

Exercice 7

(sur 6 points)

1) Cet itinéraire prévoit 993 km en 8h30min pour la portion du trajet sur autoroute.

Or 8h30min = 8,5h

$993 \div 8,5 \approx 117 \text{ arrondi à l'unité}$

Donc cet itinéraire prévoit une vitesse moyenne de 117 km/h sur autoroute.

2) Julien doit prévoir de arrêter au moins 4 fois 10 min, donc il doit prévoir au moins 40 minutes de pause.

$8\text{h}47 \text{ min} + 40 \text{ min} = 9 \text{ h } 27 \text{ min}$

Donc Julien doit prévoir au moins 9h27min pour son voyage.

3) Le site prévoit une dépense de carburant de 89,44€ avec un prix au litre de 1,42€ :

or $89,44 \div 1,42 \approx 63$

Donc il lui faudra environ 63L de carburant donc plus que la capacité de son réservoir qui est 60 L

Donc Julien devra faire le plein de carburant pendant son trajet.

Exercice 8

(sur 7 points)

1) Figure.

$$2) AB^2 = 13^2 = 169$$

$$AC^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\text{donc } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

donc ABC est un triangle rectangle en C ,d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

3) Figure

$$4) \frac{AP}{AB} = \frac{6,5}{13} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{AM}{AC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } \frac{AP}{AB} = \frac{AM}{AC}$$

De plus, les points A, P, B d'une part et A, M, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (PM) sont parallèles.

Remarque : cette question pouvait aussi être rédigée avec le théorème des milieux.

5) (BP) et (CM) sont sécantes en A et (BC) et (PM) sont parallèles donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{MP}{BC} \quad \text{d'où} \quad \frac{MP}{BC} = \frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad \frac{MP}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } MP = \frac{1}{2} \times 5 \quad \text{donc } \underline{PM = 2,5cm.}$$

6) La proposition suivante permet de montrer que les droites (PM) et (AC) sont perpendiculaires :

Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.